Λορέντζος Χαζάπης ● Γιάννης Ζάραγκας

Διοίκηση Λειτουργιών

τα τετράδια μιας Οδύσσειας

τετράδιο 16

Εξυπηρέτηση και συστήματα αναμονής

Αθήνα 2013

τετράδιο 16
Εξυπηρέτηση και συστήματα αναμονής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο Λορέντζος και ο Γιάννης συζητούν τους τρόπους σωστής εξυπηρέτησης στις περιπτώσεις που έχουμε ουρές αναμονής. Αποφεύγουν τα μαθηματικά και ασχολούνται με τους βασικούς κανόνες που ορίζουν τη συμπεριφορά των ουρών. Τα προβλήματα φαίνονται απροσδιόριστα, γιατί οι πελάτες φτάνουν συνήθως με τυχαίο τρόπο, η εξυπηρέτηση ποτέ δεν κρατά συγκεκριμένο χρόνο και η προτεραιότητα εξυπηρέτησης δεν ακολουθεί τον ίδιο κανόνα. Με κατάλληλη όμως προσέγγιση της μορφής των αφίξεων στο σύστημα και της εξυπηρέτησής τους, μπορεί κανείς να μελετήσει το πώς λειτουργεί η ουρά, να βρει απαντήσεις (με πολύ καλή προσέγγιση) και να προτείνει λύσεις με το λιγότερο κόστος, αλλά και ανεκτό χρόνο αναμονής από τον πελάτη.

Συζητούν τις ιδιότητες των διαφόρων στατιστικών κατανομών με τις οποίες προσεγγίζεται η πραγματικότητα. Οι αφίξεις στις συνηθέστερες περιπτώσεις ακολουθούν την κατανομή Poisson που έχει μελετηθεί και όλα τα αναγκαία στοιχεία τα βρίσκει κανείς σε απλούς πίνακες.

Σαφώς τα φαινόμενα δεν είναι γραμμικά και οι ουρές αυξάνουν σημαντικά με την αύξηση του βαθμού απασχόλησης των Σταθμών Εξυπηρέτησης. Για τη μείωση του μεγέθους της ουράς και αντίστοιχα του χρόνου αναμονής, ένα σημαντικό στοιχείο είναι η τυποποίηση της μεθόδου εργασίας, ώστε ο χρόνος εξυπηρέτησης να έχει τη μικρότερη δυνατόν μεταβλητότητα. Εξ ίσου σημαντικό είναι να μειωθεί ο ρυθμός άφιξης των πελατών.

Μετά από μια σειρά πρακτικών θεμάτων, καταλήγουν και στη μέθοδο προσομοίωσης που είναι πολύ χρήσιμη για επίλυση προβλημάτων αναμονής.

Τα τετράδια της Διοίκησης των Λειτουργιών δημοσιεύονται με ελεύθερη πρόσβαση στον ιστότοπο www.operations.gr
Παρατηρήσεις και σχόλια ευπρόσδεκτα στο Facebook (www.facebook.com/operations.gr)

Επιμέλεια κειμένου: Γιάννης Πλαχούρης

$16^{η}$ Συζήτηση

Εξυπηρέτηση και συστήματα αναμονής

Τα προβλήματα των ουρών

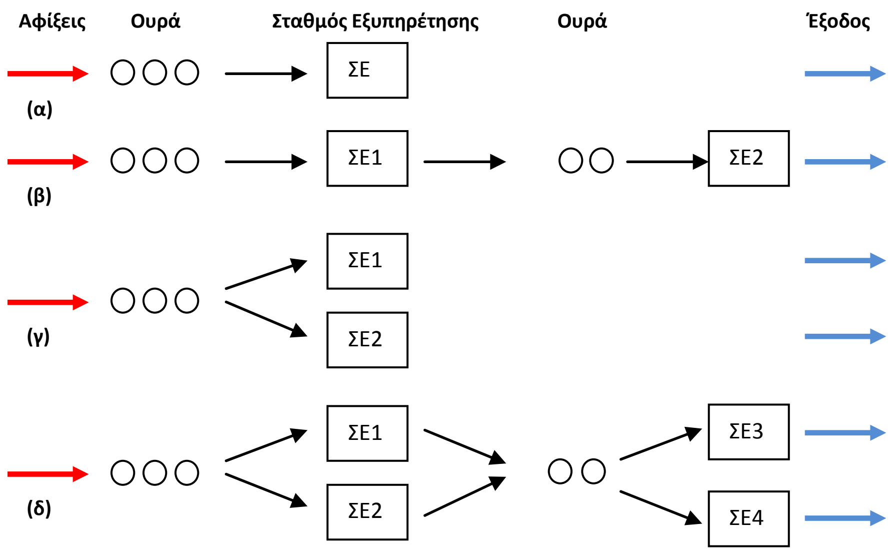
Έγινε, όπως το προέβλεψες, Λορέντζο. Μόλις τελειώσαμε τα θέματα προγραμματισμού και αποθεμάτων, ο δάσκαλος, με πολύ γενικό τρόπο, μας μίλησε για τις ουρές αναμονής. Δεν συζητήσαμε καθόλου την επίλυση των σχετικών προβλημάτων. Από όσα θυμάμαι από τη Σχολή, αυτό το κεφάλαιο επιχειρησιακής έρευνας ήταν γεμάτο μαθηματικά, που, τότε, με είχαν τρομάξει. Έψαξα και βρήκα τις παλιές σημειώσεις μου. Κατάλαβα πως θα μπορούσα -με όσα είπε ο δάσκαλος και λίγη βοήθεια ακόμα- να βελτιώσω την εξυπηρέτηση των πελατών, η οποία στο ξενοδοχείο μου παραμένει από τα σημαντικότερα προβλήματα.

Γιάννη, η αλήθεια είναι ότι έχει γίνει εξαιρετική εργασία από τους μελετητές και μπορείς να βρεις αξιόπιστες λύσεις, αρκεί **να προσεγγίσεις το πρόβλημά σου κατάλληλα με το αντίστοιχο μαθηματικό μοντέλο**. Υπάρχουν πάρα πολλά βιβλία που, με απλό τρόπο και πίνακες, σε οδηγούν σε λύσεις. Έτσι, δεν χρειάζεται η βαθειά βουτιά στα μαθηματικά, τα οποία πάντως είναι γοητευτικά, επειδή με τη μεθοδολογία τους διευκολύνουν να μελετάς και προσεγγίζεις πραγματικές καταστάσεις. Μάλιστα, πολλοί ερευνητές, όταν γράφουν τα βιβλία τους, επειδή παρασύρονται από την γοητεία της μαθηματικής γλώσσας ξεχνούν την εκλαΐκευση. Τα εγχειρίδιά τους τότε, αντί για εκπαιδευτικά, γίνονται, όπως σωστά τα χαρακτήρισες, εργαλεία τρόμου. Νομίζω όμως, ότι η μεθοδολογία επίλυσης αυτών των προβλημάτων είναι εξαιρετικά χρήσιμη, εκτός από γοητευτική, αρκεί να εστιάσεις στο πώς οφείλουμε να περιγράφουμε τα πραγματικά προβλήματα, με την τυπολογία της θεωρίας αναμονής, σε συνδυασμό με τη γενικότερη σημασία που έχουν κάποιοι παράγοντες στη συμπεριφορά των ουρών. Άλλωστε, μη ξεχνάς ότι αυτά τα προβλήματα εμφανίζονται με πολλαπλές μορφές στην καθημερινότητά μας.

Θα έλεγα πως σημαντικό κομμάτι της ζωής μας το περνάμε σε ουρές αναμονής. Αναμονή στις στάσεις των λεωφορείων, στα γκισέ των εισιτηρίων, στους σταθμούς των διοδίων, στις αίθουσες των ιατρείων, των δημόσιων και άλλων υπηρεσιών. Στην περίπτωσή μου έχουμε την αναμονή του πελάτη στο εστιατόριο για τον σερβιτόρο, στη ρεσεψιόν για την εγγραφή, αλλά έχουμε και την αναμονή των …δωματίων που περιμένουν στη σειρά την καθαρίστρια να τα ετοιμάσει.

Για μεγάλο ποσοστό των προβλημάτων που παρατηρούνται στις ουρές αναμονής, ούτε ο δημόσιος ούτε ο ιδιωτικός τομέας έχουν δώσει επιστημονικές λύσεις. Άλλωστε, η μελέτη τους απαιτεί στοιχειώδη γνώση στατιστικών εννοιών, με τις οποίες δεν μπορώ να πω ότι έχουμε, ως διοικητικά στελέχη, καλές σχέσεις. Σε όποια Σχολή κι αν διδάσκεται η Στατιστική, στόχος κάθε φοιτητή -θυμήσου τα δικά μας- ήταν «να την περάσουμε και μετά να τη ξεχάσουμε». Αυτή η άγνοια προκαλεί σήμερα την απλουστευτική λογική, ότι τα φαινόμενα των ουρών αναμονής είναι γραμμικά και κατά συνέπεια λύνονται με γραμμικούς τρόπους. Αντίληψη εντελώς λανθασμένη, όπως είχαμε επισημάνει και στην $4^{η}$ Συζήτησή μας. Παράδειγμα: Σε ένα ταμείο συναυλίας έρχονται πελάτες να προμηθευτούν εισιτήρια με ρυθμό 60 πελάτες την ώρα και ήδη υπάρχει μια ουρά 10 ατόμων. Αν διπλασιασθεί ο ρυθμός σε 120 πελάτες την ώρα, δεν σημαίνει ότι απλώς θα διπλασιασθεί και η ουρά στα 20 άτομα. Μπορεί να γίνει και θα γίνει, πολύ σύντομα, τεράστια!

Προτείνω Λορέντζο, να μην αρχίσουμε τη συζήτηση με περιπτωσιολογίες, αλλά με τους βασικούς ορισμούς, όπως τους ξεκαθάρισε ο δάσκαλος. Θυμίζω: ***ουρά αναμονής*** *(queue) ονομάζουμε μια* *γραμμή από **πελάτες** (ή και προϊόντα) που απαιτούν να εξυπηρετηθούν από έναν ή περισσότερους εξυπηρετητές (εργαζόμενους ή μηχανές). Σ' ένα σύστημα αναμονής διακρίνουμε τον **χώρο αναμονής**, τους **πελάτες** και τους εξυπηρετητές ή **σταθμούς εξυπηρέτησης (Σ.Ε.)**. Η οργάνωση της ουράς μπορεί να γίνεται με ένα ή περισσότερα **κανάλια**. Δηλαδή, είτε με πολλούς Σ.Ε. που εξυπηρετούν **παράλληλα**, όπως συμβαίνει στα διόδια, είτε σε **σειρά**, με μία ή περισσότερες **φάσεις**, όπου ο πελάτης περνά στη σειρά από κάποιους Σ.Ε., όπως συμβαίνει στη ροϊκή παραγωγή.*



(α) Ουρά ενός διαύλου (καναλιού) και μιας φάσης
(β) Ουρά ενός διαύλου πολλών φάσεων
(γ) Ουρά πολλαπλών διαύλων, μιας φάσης
(δ) Ουρά πολλαπλών διαύλων, πολλών φάσεων

Ή όπως γίνεται στην εφορία… Έχουμε δηλαδή, ένα απόθεμα αναμενόντων πελατών, που προκύπτει επειδή η ζήτηση εξυπηρέτησης από τους Σ.Ε. είναι **προσωρινά** μεγαλύτερη από τη δυναμικότητά τους.

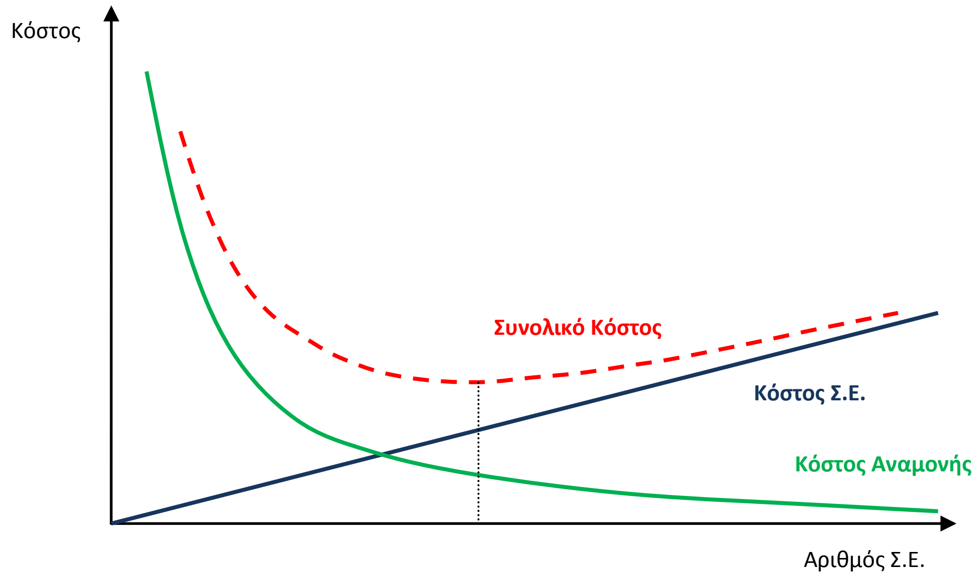
Προσωρινά; Και γιατί η δυναμικότητα να είναι μικρότερη από τη ζήτηση;

Γιάννη, λέμε προσωρινά επειδή, αν η ζήτηση είναι μόνιμα μεγαλύτερη από την δυναμικότητα, τότε, η ουρά θα αποκτήσει άπειρο μήκος. Στην απορία σου γιατί συμβαίνει η δυναμικότητα να είναι μικρότερη από τη ζήτηση, απαντώ πως συμβαίνει για τρεις λόγους. Πρώτον, **οι αφίξεις των πελατών δεν έχουν σταθερό ρυθμό**. Μπορεί για πολύ ώρα να μην έρθει κανένας πελάτης και κάποια στιγμή να έρθουν περισσότεροι από τους Σ.Ε., οπότε κάποιοι πελάτες πρέπει να περιμένουν για λίγη ώρα. Είμαι σίγουρος ότι κάτι τέτοιο θα το έχεις παρατηρήσει στο κουρείο σου, ειδικά αν είσαι λίγο γκαντέμης! Δεύτερον, για λόγους οικονομικής λειτουργίας, η επιχείρηση **δεν** μπορεί να **κρατά έναν τεράστιο αριθμό εξυπηρετητών** με πολύ μικρή απασχόληση. Τέλος, **ο χρόνος εξυπηρέτησης δεν είναι σταθερός** και ίσος για όλους τους πελάτες. Σου θυμίζω ότι κάποιοι κάνουν ένα απλό κούρεμα και απελευθερώνουν τον κουρέα ταχύτατα (τον Σ.Ε. στην περίπτωσή μας), ενώ άλλοι τον απασχολούν πολύ περισσότερη ώρα, απαιτώντας διάφορες πρόσθετες υπηρεσίες (ξύρισμα, λούσιμο κ.λπ.).

*Συζητήσαμε με τον δάσκαλο τις επιπτώσεις που έχουν οι ουρές στους πελάτες. Όλοι τους επηρεάζονται και υπολογίζουν τον **χαμένο χρόνο**, την **ανία** που νοιώθουν περιμένοντας, αλλά και το **αίσθημα αδικίας** σε περίπτωση που δεν τηρηθεί η προτεραιότητα. Γι' αυτό πολλοί πάροχοι υπηρεσιών, όταν δεν μπορούν να μειώσουν τους χρόνους αναμονής, προσπαθούν να αντιμετωπίσουν την ανία με* *όμορφους χώρους αναμονής, περιοδικά και τηλεόραση. Άλλος τρόπος είναι η προσπάθεια να πειστεί ο πελάτης πως, ενώ περιμένει, έχει ήδη ξεκινήσει η εξυπηρέτησή του. Παράδειγμα τα εστιατόρια. Σου δίνουν τον κατάλογο να διαλέξεις μέχρι να ετοιμασθεί το τραπέζι σου.*

Και οι πελάτες, όμως, αντιδρούν στην ουρά αναμονής με διάφορους τρόπους. Για παράδειγμα, **εξαπατούν** τους άλλους (jockeying), ώστε να κερδίσουν προτεραιότητα ή **αρνούνται να στηθούν** στην ουρά (balking) ή **εγκαταλείπουν** την ουρά μετά από λίγο (reneging). Συμπληρώνω για τον πάροχο ότι η αλλαγή της διεργασίας και η αποδοχή της πολιτικής, κατά την οποία κάποιες υπηρεσίες προσφέρονται με τη μέθοδο της αυτοεξυπηρέτησης, είναι επίσης ένας άλλος τρόπος αντίδρασης της επιχείρησης στα προβλήματα των ουρών. Όμως το σημαντικό είναι ο πελάτης να εξυπηρετηθεί και να φύγει, χωρίς την πικρή γεύση ότι περίμενε υπερβολικά ή/και ότι τον είχαν ξεχάσει!

*Επομένως, Λορέντζο, για κάθε πάροχο υπηρεσίας υπάρχει ένα **κόστος εξυπηρέτησης**, το οποίο αυξάνεται όσο βελτιώνεται το επίπεδο εξυπηρέτησης, λόγω των περισσοτέρων ΣΕ που πρέπει να εγκαταστήσει και να στελεχώσει. Ταυτόχρονα υπάρχει και ένα **κόστος αναμονής**, που αντιστοιχεί στο κόστος της αρνητικής αντίδρασης των πελατών και που εκφράζεται με δυσαρέσκεια, δυστροπία, αντιπαράθεση, αποχώρηση, ίσως και με ολική απώλεια του πελάτη. Το κόστος αυτό μειώνεται όσο βελτιώνεται η εξυπηρέτηση.*



Κόστος που δύσκολα μετριέται, αλλά είναι πολύ σημαντικό. Θυμίζω πως **ό,τι μετριέται δύσκολα, δεν σημαίνει ότι είναι και ασήμαντο**. Όπως και στο αντίστοιχο διάγραμμα που είδαμε στα αποθέματα, έτσι και σ' αυτή την περίπτωση υπάρχει ένα βέλτιστο επίπεδο εξυπηρέτησης, που είναι πάλι συμβιβασμός ανάμεσα στα δύο στοιχεία κόστους.

Τα χαρακτηριστικά στοιχεία ενός συστήματος αναμονής

Ας δούμε τώρα, Γιάννη, τα έξι χαρακτηριστικά στοιχεία που περιγράφουν τα συστήματα αναμονής όπως έχουν μελετηθεί και τυποποιηθεί, με τη μορφή (a/b/c):(d/e/f), ώστε να μπορούν να παρασταθούν με ένα μοντέλο–πρότυπο και επομένως να επιλυθούν με τα «κατάλληλα» μαθηματικά.

Το πρώτο χαρακτηριστικό στοιχείο (a), είναι η στατιστική **κατανομή των αφίξεων** στον Σ.Ε.. Μπορούμε να την προσδιορίσουμε κάνοντας έναν επαρκή αριθμό μετρήσεων και καταγράφοντας τις τιμές της **διακριτής μεταβλητής** των αφίξεων στη μονάδα του χρόνου (για παράδειγμα 6 αφίξεις τη πρώτη ώρα, 4 αφίξεις τη δεύτερη, κ.λπ.). Το δείγμα πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικό της πραγματικής κατάστασης και βέβαια αρκετά μεγάλο, όπως επιτάσσει η στατιστική. Άλλος τρόπος είναι να μετρήσουμε και καταγράψουμε, στο ίδιο δείγμα, το μέγεθος του χρονικού διαστήματος μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων, που είναι μια **συνεχής μεταβλητή**, πάλι με κάποια κατανομή, για παράδειγμα 6,4 λεπτά μεταξύ πρώτης και δεύτερης άφιξης, 9 λεπτά μεταξύ δεύτερης και τρίτης κ.λπ. Ο **μέσος αριθμός αφίξεων** στη μονάδα του χρόνου συμβολίζεται **διεθνώς** με το **λ**, οπότε το **1/λ** είναι ο μέσος χρόνος μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων. Έχουμε για παράδειγμα κατά μέσο όρο, λ=4 αφίξεις ανά λεπτό στα διόδια ή 1/λ= 0,25 λεπτά, δηλαδή 15 δευτερόλεπτα μέσο χρόνο μεταξύ διαδοχικών αφίξεων. Μπορούμε επίσης με τους τύπους της στατιστικής, να υπολογίσουμε και τη μεταβλητότητα της κατανομής του συγκεκριμένου δείγματος των μετρήσεων, αλλά όπως θα δούμε δεν μας χρειάζεται, τουλάχιστον στις συνηθισμένες περιπτώσεις.

Το δεύτερο στοιχείο (b) αφορά στην **κατανομή των εξυπηρετήσεων** με αντίστοιχη λογική όπως πριν. Έχουμε είτε την κατανομή του αριθμού των εξυπηρετήσεων (που παρέχει ο Σ.Ε. όταν είναι πλήρως απασχολημένος) στη μονάδα του χρόνου, με μέση τιμή που συμβολίζεται με το **μ**, είτε την κατανομή της συνεχούς μεταβλητής του χρόνου εξυπηρέτησης με μέση τιμή το **1/μ**. Έχουμε για παράδειγμα **μέσο χρόνο εξυπηρέτησης** 1/μ=10 δευτερόλεπτα στα διόδια ή 1/μ=0,166 =1/6 του λεπτού, επομένως μ=6 εξυπηρετήσεις κατά μέσο όρο σε κάθε λεπτό.

Το τρίτο χαρακτηριστικό (c) είναι ο **αριθμός των Σ.Ε.** που λειτουργούν παράλληλα.

Το τέταρτο χαρακτηριστικό (d) ενός συστήματος είναι ο **κανόνας προτεραιότητας** επιλογής του πελάτη που θα εξυπηρετείται πρώτος. Τέτοιοι κανόνες είναι:

Πρώτος έρχεσαι, πρώτος εξυπηρετείσαι (first in first served, FIFO)

Τελευταίος έρχεσαι, πρώτος εξυπηρετείσαι, όπως στα μικρά οχηματαγωγά (last in first served, LIFO)

Εξυπηρέτηση κατά τυχαίο τρόπο (service in random order, SIRO)

Υπάρχουν πάρα πολλοί κανόνες και στην περίπτωση των πολλών παράλληλων σταθμών, έχουμε μια σειρά από σύνθετους κανόνες, γιατί ο πελάτης μπορεί να επιλέγει τη σειρά, αλλά και να αποφασίζει να εγκαταλείψει μια σειρά για μια άλλη.

Η **χωρητικότητα του χώρου αναμονής** (e) μας δείχνει τον μέγιστο αριθμό πελατών στο σύστημα. Μπορεί να είναι απεριόριστη, με τη λογική ότι ο πελάτης παραμένει στο σύστημα και αναμένει εξυπηρέτηση ανεξάρτητα από το μήκος της ουράς, όπως για παράδειγμα, στην περίπτωση της γραμμής αναμονής σε έναν Σταθμό Πρώτων Βοηθειών. Αντίθετα, μπορεί να είναι περιορισμένη, όταν ο πελάτης αποχωρεί γιατί βρίσκει τον χώρο αναμονής πλήρη, όπως για παράδειγμα τον χώρο αναμονής ενός κουρείου.

Έκτο και τελικό χαρακτηριστικό (f) είναι το **μέγεθος πληθυσμού πελατών**. Αυτό μπορεί να είναι «άπειρο», όπως οι προσερχόμενοι σε μια υπαίθρια συναυλία ή «συγκεκριμένο» όπως, για παράδειγμα, οι προσερχόμενοι για το πρωινό πελάτες του ξενοδοχείου σου. Στη πράξη, όταν στο σύστημα φτάνει ένα μικρό ποσοστό το συνόλου των πιθανών πελατών, τότε το μέγεθος του πληθυσμού θεωρείται πάλι άπειρο.

Αντιλαμβάνεσαι ότι όσο πιο καλά προσδιορίσουμε τα πραγματικά στοιχεία μιας ουράς, όπως τις κατανομές αφίξεων και εξυπηρετήσεων, τόσο περισσότερες πιθανότητες έχουμε να την προσεγγίσουμε με το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο. Επιλύοντας το μοντέλο, μπορούμε να αντιληφθούμε πώς λειτουργεί η ουρά και να αποφασίσουμε πώς να τη χειρισθούμε, δίνοντας κατάλληλες (αλλά πάντα **προσεγγιστικές**) λύσεις.

*Τώρα, Λορέντζο, αρχίζω να θυμάμαι, ή μάλλον να καταλαβαίνω τι έγραφα στις σημειώσεις μου και τι αποτυπώνουν αυτοί οι «μαθηματικοί» τύποι: Ο **βαθμός χρησιμοποίησης** ενός Σ.Ε. ή η **πυκνότητα κυκλοφορίας**, είναι ρ=λ/μ. Επομένως, για τον σταθμό διοδίων του παραδείγματος, το ρ=4/6=0,666.*

Τι μας λέει αυτός ο αριθμός, Γιάννη;

Ότι κατά μέσο όρο η απασχόληση αυτού του σταθμού εξυπηρέτησης είναι 66,6%. Θεωρώ ότι είναι πολύ χαμηλή η αξιοποίηση του παραγωγικού πόρου, στη συγκεκριμένη περίπτωση, άρα και του εργαζόμενου στον σταθμό των διοδίων.

Είπαμε, όμως, ότι τα συστήματα δεν δουλεύουν γραμμικά. Θα σου εξηγήσω σε λίγο, τι σημαίνει από την πλευρά της εξυπηρέτησης του πελάτη, να αυξήσω τον βαθμό χρησιμοποίησης από 0,66 στο 0,96, όπου σαφώς έχουμε πολύ καλύτερη αξιοποίηση του παραγωγικού πόρου. Όμως, πρώτα να δούμε τις πιθανές κατανομές του αριθμού των αφίξεων και του χρόνου εξυπηρέτησης.

Οι συνηθισμένες κατανομές

*Ο δάσκαλος αναφέρθηκε πρώτα στη **σταθερή κατανομή**. Καταχρηστικά τη λέμε «κατανομή», καθώς συζητάμε για τις περιπτώσεις που το χρονικό διάστημα μεταξύ αφίξεων είναι σταθερό. Η κατανομή έχει τυπική απόκλιση σ=0, χωρίς δηλαδή καμιά μεταβλητότητα (σ^2). Κάτι τέτοιο συμβαίνει στη ροϊκή παραγωγή, όπου κάθε μονάδα προϊόντος φτάνει με μια αλυσίδα σταθερής ταχύτητας, σε κάθε σταθμό επεξεργασίας ή συναρμολόγησης. Αν χρησιμοποιούμε ρομπότ τότε και ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι σταθερός, άρα υπακούει στους κανόνες της σταθερής κατανομής που παρίσταται με το D (deterministic).*

Συνηθέστερη, Γιάννη, είναι η περίπτωση αφίξεων **με τυχαίο τρόπο**, οπότε έχουμε την **κατανομή Poisson** με μέση τιμή **λ** αφίξεις/χρονικό διάστημα. Αντίστοιχα, το χρονικό διάστημα μεταξύ των αφίξεων ακολουθεί τη λεγόμενη **εκθετική κατανομή**, με μέση τιμή 1/λ. Αυτές οι δύο «κατοπτρικές» κατανομές προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια πολλά πραγματικά προβλήματα. Δίνουν τη δυνατότητα να τα μελετήσουμε αποκομίζοντας πρακτικές λύσεις. Δεν πρόκειται να σε μπλέξω με τύπους, αλλά νομίζω ότι πρέπει να τις εξετάσουμε λεπτομερέστερα. Για παράδειγμα, με την εκθετική κατανομή μπορούμε να προσεγγίσουμε τους χρόνους εξυπηρέτησης ενός υπαλλήλου τράπεζας ή στη δική σου περίπτωση του υπαλλήλου υποδοχής και γενικά τη χρησιμοποιούμε όταν άνθρωπος εξυπηρετεί άνθρωπο. Βασικό γνώρισμα της εκθετικής κατανομής είναι πως υπάρχει μεγάλη μεταβλητότητα στους χρόνους γιατί, ενώ οι περισσότεροι χρόνοι εξυπηρέτησης δεν έχουν μεταξύ τους μεγάλη διακύμανση, κατά διαστήματα μπορεί να συμβεί να είναι πολύ μεγάλοι. Επομένως, έχουμε μεγάλη **τυπική απόκλιση** που **ισούται με τη μέση τιμή** 1/μ. Όταν η εξυπηρέτηση είναι περίπου η ίδια για κάθε πελάτη (όπου δηλαδή στον Σ.Ε. εφαρμόζεται η ίδια διαδικασία) τότε υπάρχουν μικρές διαφοροποιήσεις από τη μέση τιμή, οπότε **δεν** έχουμε εκθετική κατανομή. Αν όμως οι εργασίες διαφέρουν κατά πελάτη (ταμίας τράπεζας ή ακόμη καλύτερα ενός μεγάλου super market) τότε έχουμε την εκθετική κατανομή.

Διαβάζω, επίσης, από τις σημειώσεις μου, το ακόλουθο από τα βασικά χαρακτηριστικά της εκθετικής *κατανομής,: ότι η πιθανότητα για τον χρόνο εξυπηρέτησης να είναι μικρότερος από την **αναμενόμενη τιμή** (μέση τιμή) είναι πολύ αυξημένη από την πιθανότητα ο χρόνος εξυπηρέτησης να είναι μεγαλύτερος. Μάλιστα, η πιθανότητα αυτός ο χρόνος να είναι μικρότερος ακόμη και από το μισό της αναμενόμενης τιμής είναι μεγαλύτερη από το να κείται στο διάστημα από το 50 έως το 150% της μέσης τιμής!*

Να ένα παράδειγμα: σε κατανομή με μ=1 εξυπηρέτηση/ώρα (1/μ=1 ώρα), η πιθανότητα να είναι ο χρόνος εξυπηρέτησης μικρότερος από τον μέσο όρο της 1 ώρας προκύπτει από τους τύπους ότι είναι 63,21%. Στην εκθετική κατανομή, δηλαδή, η πιθανότητα να έχουμε μεγάλους χρόνους εξυπηρέτησης ή χρόνους μεταξύ αφίξεων μικραίνει συνεχώς όσο αυτοί οι χρόνοι μεγαλώνουν.

*Διαβάζω ακόμη ότι μια άλλη βασική ιδιότητα της Poisson και της εκθετικής είναι ότι η αντίστοιχη κατανομή **δεν έχει μνήμη**. Τι εννοεί;*

Γιάννη, μπορεί να μην έμαθες πολλά στο ...Ίδρυμα αλλά σκίζεις από καλές σημειώσεις. Λοιπόν, εννοεί ότι η άφιξη ενός πελάτη δεν επηρεάζεται από το πότε έφθασε ο προηγούμενος. Εννοεί κάτι που δεν πρέπει να μπερδεύεις με την προηγούμενη ιδιότητα ότι οι χρόνοι εξυπηρέτησης πιθανότερα θα είναι μικρότεροι από τη μέση τιμή. Η κατανομή πιθανότητας του απομένοντος χρόνου μέχρι την περάτωση της εξυπηρέτησης είναι η ίδια, ανεξάρτητα από τον χρόνο που πέρασε. Πιο απλά, αν ένας Σ.Ε. έχει ήδη ασχοληθεί με έναν πελάτη πολύ, τότε σημαίνει ότι αυτός ο πελάτης απαιτεί πολύ περισσότερη εξυπηρέτηση από τους άλλους και τίποτε άλλο. Αντίθετα, στη περίπτωση που η κατανομή των εξυπηρετήσεων είναι περίπου σταθερή, γιατί ο εξυπηρετητής εφαρμόζει σε κάθε πελάτη περίπου την ίδια διαδικασία, το γεγονός ότι πέρασε πολύς χρόνος για έναν πελάτη, σημαίνει ότι όπου να 'ναι η διαδικασία εξυπηρέτησης τελειώνει. Σημείωσε και μια μικρή παρατήρηση: αυτή η ιδιότητα της «αμνησίας» χάνει σιγά-σιγά τη δύναμή της όσο μεγαλώνει η παράμετρος «ρυθμός αφίξεων λ» ή «ρυθμός εξυπηρετήσεων μ», γιατί τότε **η κατανομή Poisson μεταπίπτει στην κανονική** κατανομή, πάντα βέβαια με πολύ μεγάλη τυπική απόκλιση. Μην τρομάζεις, δε θα πούμε τίποτε γι' αυτή την κατανομή σήμερα. Έχουμε καιρό να την εξετάσουμε, όταν θα συζητήσουμε τους βασικούς κανόνες της Στατιστικής…

Εντάξει, Λορέντζο. Τώρα, λοιπόν, καταλαβαίνω εκείνο που μας έλεγε ο καθηγητής της Επιχειρησιακής Έρευνας στη Σχολή (και το θυμάμαι πάντα), ότι η πιθανότητα μια λάμπα να λειτουργήσει ακόμη 50 ώρες, αν έχει ήδη λειτουργήσει 1000 ώρες, είναι ίδια με την πιθανότητα να λειτουργήσει ακόμη 50 ώρες σε περίπτωση που έχει ήδη λειτουργήσει 2000 ώρες.

Ακριβώς, γιατί η «ζωή» των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών εξαρτημάτων, ακολουθεί συνήθως την εκθετική κατανομή όπως και η διάρκεια των τηλεφωνημάτων. Όταν η κόρη σου τηλεφωνεί σε μια φίλη της, το ότι έχει περάσει ήδη πολύ ώρα από την έναρξη, δεν σημαίνει τίποτε για το πότε θα τελειώσει το τηλεφώνημά της!

Και είχα πάντα τη βεβαιότητα ότι να όπου να 'ναι τελειώνει. Άλλη ιδιότητα της εκθετικής κατανομής;

Είναι, Γιάννη, **η ιδιότητα του αθροίσματος**: Στην περίπτωση που διάφοροι τύποι πελατών έρχονται στο σύστημα αναμονής, με τη δική του εκθετική κατανομή ο κάθε τύπος, τότε, η κατανομή των χρόνων μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων του συνόλου των πελατών είναι πάλι εκθετική, με παράμετρο το άθροισμα των επί μέρους παραμέτρων λ.

Μου λες δηλαδή ότι, αν οι πελάτες του ξενοδοχείου μου πάνε το απόγευμα στο μπαρ με εκθετική κατανομή και 4 αφίξεις την ώρα και έχουμε και εξωτερικούς πελάτες με 6 αφίξεις την ώρα, μπορώ να *θεωρήσω ότι όλοι έρχονται ακολουθώντας μια εκθετική κατανομή, αλλά με παράμετρο 10 αφίξεις την ώρα και με αναμενόμενη μέση τιμή 1/λ=1/10=6λεπτά μεταξύ διαδοχικών αφίξεων.*

Πολύ σωστό. Μάλιστα στην κατανομή των εξυπηρετήσεων, αν έχω για παράδειγμα πολλούς Σ.Ε. (έστω η) με το ίδιο μ, τότε το σύστημα εργάζεται σαν ουρά αναμονής με έναν Σ.Ε. με εκθετική κατανομή και μέση τιμή 1/ημ.

Οπότε, Λορέντζο, αν σε ένα αεροδρόμιο εργάζονται 5 σταθμοί ελέγχου διαβατηρίων οι οποίοι διεκπεραιώνουν το έργο τους με εκθετική κατανομή με το ίδιο μ, τότε ο χρόνος μέχρι το επόμενο πέρας της εξυπηρέτησης σε κάποιον σταθμό, ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 1/5μ.

Η πραγματικότητα και το αντίστοιχο μοντέλο

Ακριβώς αυτό λέω. Ακόμα να ξέρεις ότι αυτές οι δύο κατανομές (Poisson και εκθετική), στην περιγραφή των συστημάτων αναμονής, με τη μορφή (a/b/c):(d/e/f), δηλώνονται με το γράμμα Μ. Αντιλαμβάνεσαι ότι για να προσδιορίσεις τις παραμέτρους της εκάστοτε πλησιέστερης με την πραγματικότητα κατανομής, πρέπει να γίνουν τυχαίες παρατηρήσεις, ώστε να προσδιορισθεί η μέση τιμή 1/μ του χρόνου εξυπηρέτησης, οπότε προκύπτει και η τυπική απόκλιση (1/μ). Αντίστοιχα, μπορώ εύκολα να μετρήσω τις αφίξεις λ στη μονάδα του χρόνου και, από πίνακες για την Poisson, να βρω την πιθανότητα να έχω συγκεκριμένο αριθμό αφίξεων στη μονάδα του χρόνου για κάθε λ. Με το γράμμα G παρουσιάζεται η γενική κατανομή χρόνων που είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους, χωρίς συγκεκριμένη μορφή. Τέλος με το E_κ παριστάνεται η κατανομή Erlang, για την οποία, είμαι σίγουρος ότι έχεις καλές σημειώσεις, οπότε μπορείς να τις μελετήσεις με την ησυχία σου αργότερα.

Θυμάμαι ότι η Erlang είναι εξαιρετικά χρήσιμη. Επιτρέπει να μοντελοποιήσουμε πολλές κατανομές χρονικών διαστημάτων, όπως συμβαίνουν στην καθημερινότητα, που απέχουν από την εκθετική.

Επιστρέφουμε, λοιπόν, στην περιγραφή ενός τυπικού συστήματος αναμονής, που μπορεί να είναι το (M/G/2):(FIFO/∞/∞). Το γράμμα Μ σημαίνει ότι η κατανομή των αφίξεων των πελατών στο σύστημα είναι Poisson, κάτι πολύ συνηθισμένο στις υπηρεσίες. Το δεύτερο γράμμα σημαίνει Γενική κατανομή εξυπηρετήσεων, δηλαδή εκφράζει κάτι που μπορώ να υποθέσω, όταν δεν έχω πολλά και αξιόπιστα στοιχεία για να προσεγγίσω την πραγματικότητα με κάποια συγκεκριμένη κατανομή. Τέλος, ο αριθμός 2 αναφέρεται σε δύο σταθμούς εξυπηρέτησης. Η δεύτερη παρένθεση προσδιορίζει τον κανόνα προτεραιότητας (εξυπηρετείται πρώτος, όποιος φτάνει πρώτος) και τη χωρητικότητα του χώρου αναμονής ότι είναι πάρα πολύ μεγάλη, όμοια με το μέγεθος του πληθυσμού των πελατών, οπότε μπορώ να θεωρήσω ότι και τα δύο μεγέθη ισούνται με το άπειρο.

Λορέντζο, παρατηρώ από τις σημειώσεις μου πως έχουν μελετηθεί πάρα πολλά διαφορετικά συστήματα αναμονής. Επομένως, αφού αποφασίσω με ποια κατανομή (είδος και παραμέτρους) πρέπει να προσεγγίσω την πραγματικότητα των αφίξεων και των χρόνων εξυπηρέτησης, απομένει να συμπληρώσω το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσω με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά στοιχεία της περιγραφής του συστήματος αναμονής. Στη συνέχεια τι κάνω;

Στη συνέχεια, από αντίστοιχα βιβλία βρίσκεις απλούς τύπους και πίνακες για να προσδιορίσεις τα βασικά μεγέθη του συστήματος, όπως το μήκος της ουράς, δηλαδή τον μέσο αριθμό πελατών που αναμένουν να εξυπηρετηθούν (L_q) ή αν προσθέσουμε και τους εξυπηρετούμενους, τον αριθμό των πελατών που είναι στο σύστημα (L_s), καθώς και το μέσο χρόνο αναμονής (W_q). Μπορείς, επίσης, να βρεις πλήθος άλλων μεγεθών που θα ήταν χρήσιμα σε μια εμπεριστατωμένη μελέτη, όπως την πιθανότητα να υπάρχει συγκεκριμένος αριθμός ατόμων στην ουρά ή στο σύστημα.

Θυμάμαι ότι, στην 4η Συζήτησή μας, είχες ισχυρισθεί ότι όταν μειώσω την μεταβλητότητα του χρόνου εξυπηρέτησης, έχω μείωση του χρόνου αναμονής και βελτίωση της αποτελεσματικότητας του συστήματος.

Μπράβο, Γιάννη, θυμάσαι πολύ καλά. Σημαντική επιρροή στον τρόπο που διαμορφώνονται τα μεγέθη μιας ουράς παίζει η **μεταβλητότητα** της κατανομής εξυπηρέτησης. Όπως, ίσως, θυμάσαι από το μάθημα στο ...Ίδρυμα, στις κατανομές η τυπική απόκλιση εκφράζεται με το «σ» (η μεταβλητότητα είναι σ^2). Ορίσαμε επίσης ρ=λ/μ και στην κατανομή Poisson (και αντίστοιχα για την εκθετική) η αναμενόμενη τιμή εκφράζεται με το λ και η τυπική απόκλιση είναι 1/λ, άρα η μεταβλητότητα είναι $1/\lambda^2$.

Πράγματι, από ό,τι βλέπω και από τις σημειώσεις μου, ο αριθμός των πελατών στην ουρά είναι:

Στη γενική κατανομή	$L_q = \dfrac{\lambda^2\sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$
Στην εκθετική κατανομή, όπου σ=1/μ	$L_q = \dfrac{\rho^2}{(1 - \rho)}$
και στη σταθερή κατανομή με σ=0	$L_q = \dfrac{\rho^2}{2(1 - \rho)}$

Παρατηρώ, Λορέντζο, ότι όταν η κατανομή εξυπηρετήσεων είναι σταθερή, αναμένει ο μισός αριθμός πελατών από όσους θα περίμεναν αν είχαμε εκθετική κατανομή.

Καταλαβαίνεις τώρα γιατί επιμένω, ότι κάθε εργασία εξυπηρέτησης συμφέρει να γίνεται με τυποποιημένο σωστό τρόπο (μετά από καλή εκπαίδευση), **ώστε να μην παρουσιάζει μεταβλητότητα**. Αυτό σε αντίθεση με τις **σπασμωδικές προσπάθειες για γρήγορη εργασία**, οι οποίες συνήθως καταλήγουν σε χαοτικές καταστάσεις, σε προβλήματα με κάποιους πελάτες και επιστροφή τελικά στην εκθετική κατανομή εξυπηρετήσεων.

Από ό,τι αντιλαμβάνομαι, είσαι και εσύ ενάντια στην εντατικοποίηση…

Βεβαίως. Υποστηρίζω τη δίκαιη, αλλά μεθοδική κατανομή εργασίας, την οποία θα σχολιάσουμε εκτενώς όταν μιλήσουμε για τη Μελέτη Εργασίας.

Επομένως, σε ένα εστιατόριο, όσο μικρότερη είναι η μεταβλητότητα του χρόνου εξυπηρέτησης, τόσο μικρότερος είναι και ο αριθμός των τραπεζιών που περιμένουν να εξυπηρετηθούν.

Γι' αυτό, Γιάννη, σε μια εκδήλωση που πάνε όλοι μαζί να καθίσουν για να φάνε, είναι πιο λογικό να είναι μικρός ο κατάλογος και ανάλογα μικρή η δυνατότητα επιλογής του πελάτη, ώστε να δοθεί η παραγγελία χωρίς μεγάλη μεταβλητότητα χρόνου.

*Εγώ κρατώ ότι το πιο σημαντικό είναι: **οι εξυπηρετητές να έχουν εκπαιδευθεί σε μια συγκεκριμένη μέθοδο**, ώστε η κατανομή των χρόνων εξυπηρέτησης να πλησιάζει τη σταθερή κατανομή.*

Έχεις απόλυτο δίκιο. Καταλαβαίνεις, όμως, τι σημαίνει αυτό που μόλις διαπίστωσες για τη μόνιμη απαίτηση: δεν προλαβαίνω γιατί δεν έχω προσωπικό; Ακόμη, καταλαβαίνεις τι σημαίνει αν η διαδικασία εξυπηρέτησης είναι απλή και έχεις μιαν άλλη διαδικασία ή καλύτερα μια άλλη διεργασία, με καλά εκπαιδευμένους εξυπηρετητές, που θα ασχολούνται μόνο με το 20% των περιπτώσεων που είναι σύνθετες και απαιτούν περισσότερο χρόνο εξυπηρέτησης;

Τώρα, Λορέντζο, καταλαβαίνω καλύτερα την εμμονή σου με τις δύο διαφορετικές διαδικασίες, ένα θέμα που επαναλαμβάνεις από την 7η Συζήτησή μας.

Στην εκθετική κατανομή, λοιπόν, έχουμε πολύ υψηλή μεταβλητότητα (variance)=$(1/\mu)^2$ σε αντίθεση με τη σταθερή κατανομή όπου σ=0. Όταν λοιπόν μοντελοποιούμε μια πραγματική κατάσταση με εκθετική κατανομή, τα αποτελέσματα που παίρνουμε είναι ακραία, άρα δίδουν **πρόσθετο βαθμό ασφαλείας**. Η ορθότερη όμως μέθοδος, ειδικά όταν υπολογίζουμε τον αριθμό των Σ.Ε., οι οποίοι συνήθως έχουν σημαντικό κόστος, είναι να κάνουμε χρήση των κατανομών Erlang.

Που υπονοείς να ψάξω να τις βρω στις σημειώσεις μου…

Μερικά ακόμη παραδείγματα

Γιάννη, θέλω να καταθέσω ακόμη λίγες εμπειρίες μου από τα συστήματα αναμονής. Ίσως έχεις παρατηρήσει ότι όταν μειώνεται η μέση τιμή του χρόνου εξυπηρέτησης, τότε μειώνονται σημαντικά ο αριθμός των πελατών που αναμένουν, καθώς και ο χρόνος αναμονής. Αντιλαμβάνεσαι ότι αυτό συμβαίνει γιατί η μείωση του 1/μ σημαίνει και αντίστοιχη μείωση του βαθμού χρησιμοποίησης του σταθμού ρ=λ/μ. Άρα ο Σ.Ε. έχει περισσότερο χρόνο ελεύθερο και ασχολείται γρήγορα με τον επόμενο πελάτη.

Το συμπέρασμα αυτό βγαίνει και από τον τύπο του L_q που είδαμε πριν. Όσο μικραίνει το ρ, μικραίνει ο αριθμητής και αυξάνει ο παρονομαστής του κλάσματος.

Αντίθετα, όταν ο βαθμός χρησιμοποίησης του σταθμού πλησιάζει το 100% (ρ=1), τότε ο χρόνος αναμονής φθάνει στο άπειρο. Παραθέτω έναν πίνακα που βρήκα στις δικές μου σημειώσεις, με σχετικά αποτελέσματα, από την περίπτωση που οι κατανομές αφίξεων και εξυπηρετήσεων είναι εκθετικές (χωρίς μνήμη), και μειώνεται ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης:

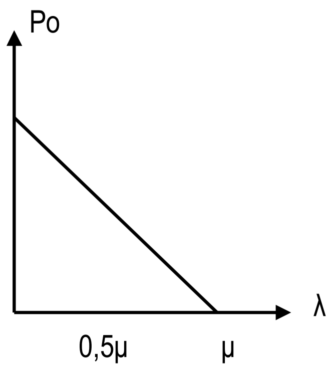
Μέσος χρόνος μεταξύ αφίξεων 1/λ λεπτά	Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης 1/μ λεπτά	ρ = λ/μ	Βαθμός απασχόλησης %	Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά W_q (min)	Μέσος όρος αναμονής στο σύστημα W_s (min)
6	6	1	100	άπειρος	άπειρος
	5,5	0,91666	91	60.5	66
	5	0,8333	83	25	30
	4	0,6666	66	8	12
	3	0,5	50	3	6
	2	0,3333	33	1	3
	1	0,1666	16	0.20	1,20
12	6	0,5	50	6	12
	3	0,25	25	1	4

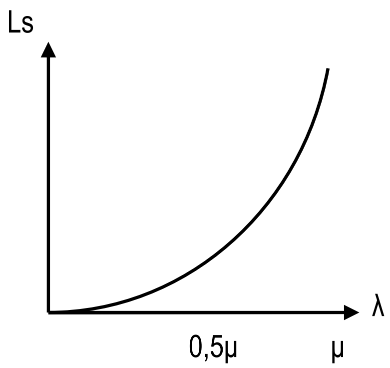
Η μείωση του χρόνου αναμονής είναι θεαματική όσο ο βαθμός χρησιμοποίησης του σταθμού εξυπηρέτησης μικραίνει. Δεν μπορώ, όμως, να φανταστώ ένα αντίστοιχο παράδειγμα.

Γιάννη, πάρε για παράδειγμα, ένα ταμείο σε μια εφορία που πρέπει να εκδώσει απόδειξη και να πάρει και την υπογραφή του πελάτη. Κάθε φορά που προχωρούμε σε μελέτη εργασίας, επιβάλουμε μεθοδική εργασία, εκπαίδευση, μηχανογράφηση και προχωρούμε σε συνεχείς βελτιώσεις, μειώνουμε τον μέσο χρόνο εξυπηρέτησης και μπορούμε να έχουμε την εικόνα του πίνακα. Άρα συμφέρει να κάνουμε κάθε εργασία μεθοδικά και γρήγορα επιδιώκοντας την πτώση του βαθμού απασχόλησης του Σ.Ε., οπότε θα έχουμε εξαιρετικά μεγάλο κέρδος από το μειωμένο χρόνο αναμονής των πελατών.

Λορέντζο, είναι επίσης εμφανές και ένα δεύτερο συμπέρασμα από εμπειρία. Ότι δηλαδή είναι πολύ μεγάλη, πέρα από κάθε αναλογία, ή μείωση του χρόνου αναμονής, όταν μειώνεται ο ρυθμός με τον οποίο καταφθάνουν οι πελάτες, ή συμβαίνουν οι βλάβες στη περίπτωση μηχανών ενός εργοστασίου. Με σταθερό ρυθμό εξυπηρετήσεων έχουμε αντίστοιχη μείωση του ρ=λ/μ. Τότε ισχύει η θεαματική μείωση του χρόνου αναμονής που παρατηρούμε στον πίνακα. Συγκεκριμένα: Βλέπουμε στο κάτω μέρος του πως όταν, για παράδειγμα, οι αφίξεις μειώνονται από τις 10 στις 5 (το μισό δηλαδή) ανά ώρα, (ή από 1 /λ=6 min κατά μέσο όρο μεταξύ αφίξεων σε 12 min) και για περίπου 5,5 με 6 min μέσο όρο εξυπηρέτησης, τότε ο χρόνος της αναμονής υποδεκαπλασιάζεται. Αντίστοιχα για 3 min μέσο όρο εξυπηρέτησης από 3 min στην ουρά, καταλήγουμε στο 1 min.

Γιάννη, στη περίπτωση της συντήρησης των μηχανών, το παράδειγμα αυτό αποδεικνύει ότι η μείωση του αριθμού των βλαβών δεν αυξάνει **μόνο** την αξιοποίηση της συγκεκριμένης μηχανής, αλλά και το βαθμό εκμετάλλευσης όλων των μηχανών, που πιθανόν ζητήσουν εξυπηρέτηση από το ίδιο συνεργείο συντήρησης. Για να κατανοήσεις τη σημασία του χαμηλού βαθμού χρησιμοποίησης του Σ.Ε., δες τα παρακάτω γραφήματα. Η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένας πελάτης στο σύστημα για την ουρά (M/M/1):(GD/∞/∞) είναι P_o=1-ρ. Γραφικά σε σχέση με το ρυθμό αφίξεων λ, η P_o και ο αριθμός των πελατών στο σύστημα L_s είναι:





Κατάλαβα. Μια άλλη περίπτωση που βλέπω στις σημειώσεις από τη σχολή αφορά στη συντήρηση όμοιων μηχανών. Υπάρχει ένα κλασικό πρόβλημα, αυτό του αριθμού των συνεργείων και της δυναμικότητάς τους.

Δηλαδή;

Έστω, Λορέντζο, ότι έχουμε K=10 ίδιες μηχανές με έναν μέσο χρόνο μεταξύ βλαβών 10min (1/λ). Έχω επίσης 4 τεχνίτες ισοδύναμης δυναμικότητας. Τι είναι προτιμότερο, να τις εξυπηρετήσουμε με s=4 συνεργεία (του ενός τεχνίτη) και μέσο όρο εξυπηρετήσεων 5 min (1/μ) ή με s=2 μεγαλύτερα συνεργεία (των δύο τεχνιτών) και με μέσο όρο εξυπηρέτησης 2,5 min (1/λ); ή ακόμη περισσότερο με ένα ισχυρό *συνεργείο των τεσσάρων τεχνιτών, που θέτει σε λειτουργία τη μηχανή σε 1,25 min μόνο;*

Το πρώτο που πρέπει να ξεκαθαρίσεις είναι το μοντέλο. Με όσα μου είπες Γιάννη, το μοντέλο πρέπει να είναι: (M/M/s):(FIFO/∞/10). Αν τώρα ψάξουμε τους σχετικούς πίνακες για το συγκεκριμένο μοντέλο, προκύπτει ότι ο μέσος αριθμός μηχανών εν λειτουργία είναι με 4 συνεργεία 6,66 μηχανές, με 2 συνεργεία είναι 7,98 μηχανές και με ένα μεγάλο συνεργείο 8,5 μηχανές.

Άρα, συμφέρει να εξυπηρετώ με ένα μεγάλο γρήγορο συνεργείο, παρά με 2 μισά που κάνουν διπλάσιο χρόνο. Ακόμη χειρότερα, αν χρησιμοποιήσω 4 συνεργεία που χρειάζονται τετραπλάσιο χρόνο το καθένα.

Και, όμως, Γιάννη. Αυτό το θεωρητικό αποτέλεσμα δεν είναι σίγουρο ότι θα αποδώσει στην πράξη. Όσο περισσότερα άτομα ασχολούνται, τόσο περισσότερο μπλέκονται ο ένας στα πόδια του άλλου. Υπάρχει όριο στο πόσο μεγάλο μπορεί να είναι ένα συνεργείο. Πιθανότατα έχεις παρατηρήσει στο ξενοδοχείο σου ότι: αν ένα συνεργείο των 4 ατόμων χρειάζεται 1 ώρα για την προετοιμασία μιας συνεδριακής αίθουσας, το συνεργείο των 2 ατόμων τελειώνει συνήθως σε λιγότερο χρόνο από τον αντίστοιχο διπλάσιο χρόνο που θεωρητικά χρειάζεται, δηλαδή τις 2 ώρες. Εκτός κι αν το πολυμελές συνεργείο διαθέτει εκπαιδευμένα άτομα, που εργάζονται με συστηματικά μελετημένο τρόπο, όπως τα συνεργεία στους αγώνες ταχύτητας αυτοκινήτων. Αυτά, όμως, είναι θέματα της Μελέτης Εργασίας και θα τα δούμε στο μέλλον.

Μια τελευταία παρατήρηση για το ίδιο θέμα, όταν δηλαδή χρησιμοποιώ πολλά συνεργεία για να φροντίζουν την επανεκκίνηση πολλών όμοιων μηχανών που σταματούν από διάφορους λόγους ή πολλών Σ.Ε. που ασχολούνται με τις ανάγκες πολλών πελατών. Βλέπω στις σημειώσεις μου ότι είναι προτιμότερο να ασχολούνται όλα τα συνεργεία με όλες τις μηχανές ή όλοι οι Σ.Ε. με όλους τους πελάτες και να μην αναλαμβάνει κάποια συγκεκριμένη ομάδα μηχανών το κάθε συνεργείο. Και μια και το είπα, νομίζω ότι πλέον πρέπει να οργανώσω με αυτόν τον τρόπο τους σερβιτόρους στο εστιατόριο.

Προσομοίωση

Γιάννη, έτσι προκύπτει από τους πίνακες, αλλά θέλει προσοχή στη χωροταξία και στις αποστάσεις μην χάνουν το χρόνο τους στη μετάβαση από το ένα τραπέζι στο άλλο. Θεωρώ ότι συζητήσαμε αρκετά για τη μοντελοποίηση των συστημάτων αναμονής. Μην ξεχνάς, πάντως, ότι η απλοποίηση που εισάγουμε, με στόχο την επίλυση του προβλήματος, μπορεί να δημιουργήσει αρκετές φορές ‘απλοϊκά’ πρότυπα–μοντέλα που, τελικά, δεν έχουν σχέση με την πραγματικότητα, ή την προσεγγίζουν με πολύ μικρή ακρίβεια.

*Ο δάσκαλος ανέφερε και μια άλλη μέθοδο: την **προσομοίωση**.*

Πράγματι, χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις, αλλά τα αποτελέσματά της είναι αξιόπιστα μόνον αν τρέξει για πάρα πολλές περιπτώσεις και μετρήσεις. Παραμένει σαν μεθοδολογία στη λογική της συσχέτισης και όχι της επιστήμης. Γνωρίζουμε ότι αν οι συνθήκες των μετρήσεων παραμείνουν σταθερές, τότε το φαινόμενο θα εξελιχθεί όπως προβλέπει η προσομοίωση. Όμως δεν γνωρίζουμε ούτε γιατί το φαινόμενο εξελίσσεται με αυτόν τον τρόπο και δεν ξέρουμε πως θα εξελιχθεί μόλις οι συνθήκες διαφοροποιηθούν.

Υποθέτω, Λορέντζο, ότι τα καλύτερα αποτελέσματα τα έχουμε αν συνδυάσουμε και τις δύο μεθόδους. Αλλά πώς εφαρμόζεται;

Η λογική της προσομοίωσης στηρίζεται στη δημιουργία ενός περιβάλλοντος με τυχαία συμβάντα, όπως για παράδειγμα αφίξεις με βάση τους τυχαίους αριθμούς. Υπάρχουν πίνακες τυχαίων αριθμών (random numbers), που είναι συνήθως τετραψήφιοι, αλλά και ιστοσελίδες με προγράμματα παραγωγής τυχαίων αριθμών (http://www.random.org), ή ψευδο-τυχαίων (με κάποιον αλγόριθμο, που όμως έχουν πολύ καλή προσαρμογή με την τυχαιότητα), ή/και τυχαίων χρονικών στιγμών, μέσα σε ένα χρονικό διάστημα που ορίζω στο πρόγραμμα. Για παράδειγμα σε ένα τμήμα παραγγελιοληψίας έρχονται 240 κλήσεις την ώρα. Απαιτούνται 10 sec για την εξυπηρέτηση της κλίσης από έναν υπεύθυνο. Πως διαμορφώνεται η ουρά με έναν ή δύο υπεύθυνους;

Επιχείρησε μια προσπάθεια προσομοίωσης, να δω…

Γιάννη, είναι απλό. Εφ' όσον η εξυπηρέτηση υπολογίζεται σε δευτερόλεπτα, θα μεταφέρω και τις κλήσεις στην ίδια μονάδα. Έχω επομένως 240/ 3600 = 6,67% (=0.0667) πιθανότητα να έχω κλήση σε κάποιο δευτερόλεπτο. Αντιστοιχώ από τους πίνακες έναν τετραψήφιο αριθμό για κάθε δευτερόλεπτο και με βάση την πιθανότητα που βρήκα πριν, υποθέτω ότι έχω κλήση στο δευτερόλεπτο εκείνο που αντιστοιχεί σε τυχαίο αριθμό μόνο όταν ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος από 0667. Έχω λοιπόν:

1 Σταθμός εξυπηρέτησης					2 Σταθμοί εξυπηρέτησης		
Δευτερόλεπτο	Τυχαίος Αριθμός	Κλήσεις	Πελάτες στο σύστημα L_s	L_q	1ος ΣΕ L_s	2ος ΣΕ L_s	L_q
1	2889	0	0	0	0	0	0
2	3029	0	0	0	0	0	0
3	9574	0	0	0	0	0	0
4	0185	1	1	0	1	0	0
5	1091	0	1	0	1	0	0
6	0533	1	1+1	1	1	1	0
7	0443	1	1+1+1	2	1+1	1	1
8	0585	1	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
9	8490	0	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
10	2855	0	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
11	8983	0	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
12	7320	0	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
13	4553	0	1+1+1+1	3	1+1	1+1	2
14	6990	0	1+1+1	2	1	1+1	1

Και ούτω καθ' εξής. Παρακολουθώ την εξέλιξη των δύο περιπτώσεων, δευτερόλεπτο προς δευτερόλεπτο και αποφασίζω τι με συμφέρει να κάνω.

Καταλαβαίνω ότι σήμερα με τους υπολογιστές αυτοί οι λογαριασμοί και οι πίνακες θα παράγονται επίσης σε δευτερόλεπτα.

Τώρα; Σε διαβεβαιώνω ότι είναι από τις πρώτες εφαρμογές των υπολογιστών, από τότε που οι υπολογιστές είχαν το μέγεθος δωματίου! Η μέθοδος λέγεται και Monte Carlo γιατί χρησιμοποιήθηκε κατά κόρο για να προβλέπει το αποτέλεσμα τυχερών παιχνιδιών όπως η ρουλέτα.

Πάντα η επιστήμη έρχεται αρωγός στην υπηρεσία του ανθρώπου!

Νομίζω, τώρα, ότι είναι καιρός να έρθει και ο ύπνος στην υπηρεσία μας, γιατί παρόλο που αποφύγαμε τα μαθηματικά, είχαμε μια μεστή συζήτηση και είδαμε αρκετές χρήσιμες μορφές των ουρών αναμονής και κουράστηκα.

Εντάξει, Λορέντζο, θα τα πούμε πάλι. Καληνύχτα.

Καληνύχτα.

Έννοιες

Χώρος αναμονής, πελάτες, σταθμοί εξυπηρέτησης (Σ.Ε.)

Σ.Ε. σε σειρά (ένα κανάλι) ή παράλληλοι (πολλά κανάλια)

Κόστος εξυπηρέτησης και κόστος αναμονής

Τα χαρακτηριστικά ενός συστήματος αναμονής(a/b/c):(d/e/f) – Κατανομή αφίξεων, κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης, αριθμός Σ.Ε., κανόνας προτεραιότητας, χωρητικότητα χώρου αναμονής μέγεθος πληθυσμού πελατών

Βαθμός χρησιμοποίησης ενός Σ.Ε. ή πυκνότητα κυκλοφορίας

Στατιστικές κατανομές: Σταθερή, Poisson, εκθετική, κανονική, Erlang, γενική

Προσομοίωση

Εμπειρίες

Ό,τι μετριέται δύσκολα, δεν σημαίνει ότι είναι και ασήμαντο.

Στην εκθετική κατανομή:

- Η πιθανότητα για τον χρόνο εξυπηρέτησης, να είναι μικρότερος από την μέση τιμή, είναι πολύ αυξημένη από την πιθανότητα ο χρόνος εξυπηρέτησης να είναι μεγαλύτερος.
- Η αντίστοιχη κατανομή δεν έχει μνήμη.

Η ‘ζωή’ των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών εξαρτημάτων, ακολουθεί την εκθετική κατανομή όπως και η διάρκεια των τηλεφωνημάτων.

Όσο μικρότερη είναι η μεταβλητότητα του χρόνου εξυπηρέτησης, τόσο μικρότερος είναι και ο χρόνος αναμονής άρα και ο αριθμός των πελατών που αναμένουν να εξυπηρετηθούν.

Οι εξυπηρετητές να έχουν εκπαιδευθεί σε μια συγκεκριμένη μέθοδο, ώστε η κατανομή των χρόνων εξυπηρέτησης να πλησιάζει τη σταθερή κατανομή.

Η μείωση του χρόνου αναμονής είναι θεαματική (εκθετική) όσο ο βαθμός χρησιμοποίησης του σταθμού εξυπηρέτησης μικραίνει με μείωση του χρόνου εξυπηρέτησης ή μείωση του ρυθμού άφιξης πελατών.

Συμφέρει να εξυπηρετώ με ένα μεγάλο γρήγορο συνεργείο παρά με 2 που κάνουν διπλάσιο χρόνο. Αρκεί το πολυμελές συνεργείο να διαθέτει εκπαιδευμένα άτομα, που εργάζονται με συστηματικό τρόπο.

Είναι προτιμότερο, να ασχολούνται όλοι οι ΣΕ με όλους τους πελάτες, αρκεί να μην χάνουν το χρόνο τους στη μετάβαση από τον έναν πελάτη στον άλλον.

Προτεινόμενα βιβλία και κείμενα

Reid Dan, Sanders Nada, *Operations Management. An Integrated Approach*, 4th ed., John Wiley & Sons, 2011.

Chase Richard B., Jacobs Robert F., Aquilano Nicholas J., *Operations Management for Competitive Advantage*, 11th ed., McGraw-Hill, 2005.

Slack N., Chambers S. and Johnston R., *Operations Management*, 4th ed., Financial Times / Prentice Hall, Harlow, 2004.

Παππή Κώστα, *Διοίκηση Παραγωγής. Ο σχεδιασμός παραγωγικών συστημάτων*, εκδ. Σταμούλη, Αθήνα, 1999.

Hillier S. Frederick, Lieberman J. Gerald, *Operations Research*, Holden Day, 2nd ed., 1974.